

Quantum for Finance

Dr. Heejeong Jeong (정희정)

Head of Quantum Computing, Pasqal Korea

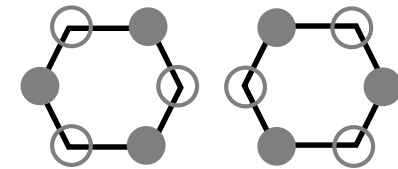
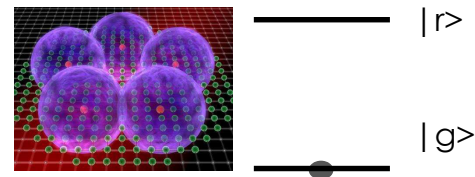
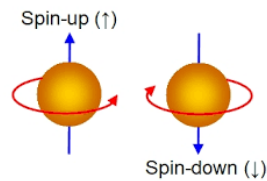
Quantum Korea 2024 on June 27th, 2024

Introduction : Neutral Atom Quantum Computing



큐빗 (qubits - Rydberg atoms)과 연산자(operators)

- **Rydberg atom** refers to the highly excited state ($n \gg 1$) e.g. $|nS\rangle, |nP\rangle, |nD\rangle$.
 → Large dipole moment with long lifetime ($\sim 200 \mu\text{s}$) & large size ($\sim 500 \text{ nm}$)
- Quantum simulator: a physical system mimicking another quantum system of interest
 e.g.) Ising model: Spin system vs. Rydberg atoms



$$|\downarrow\rangle = |g\rangle$$

$$|\uparrow\rangle = |r\rangle$$

$$H(\sigma) = - \sum_{\langle i j \rangle} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \mu \sum_j h_j \sigma_j$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{j=1}^{N_a} (|1\rangle_j \langle 0|_j + |0\rangle_j \langle 1|_j) + \sum_{j < k} U(r_{jk}) \hat{n}_j \hat{n}_k$$

$$U(r_{jk}) \equiv C_6 / |\mathbf{r}_{jk}|^6$$

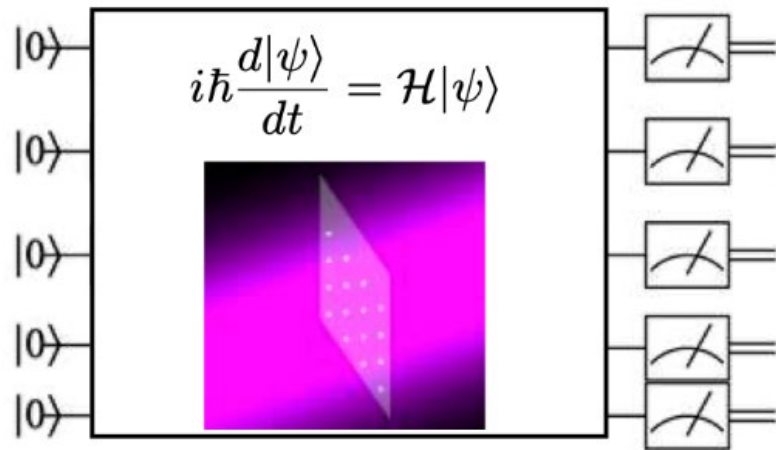
$$\mathbf{r}_{jk} \equiv \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k \quad \hat{n}_j = |1\rangle_j \langle 1|_j$$

동작 방식 - Hamiltonian(Analog) vs. Digital mode

Hamiltonian (Analog) Approach

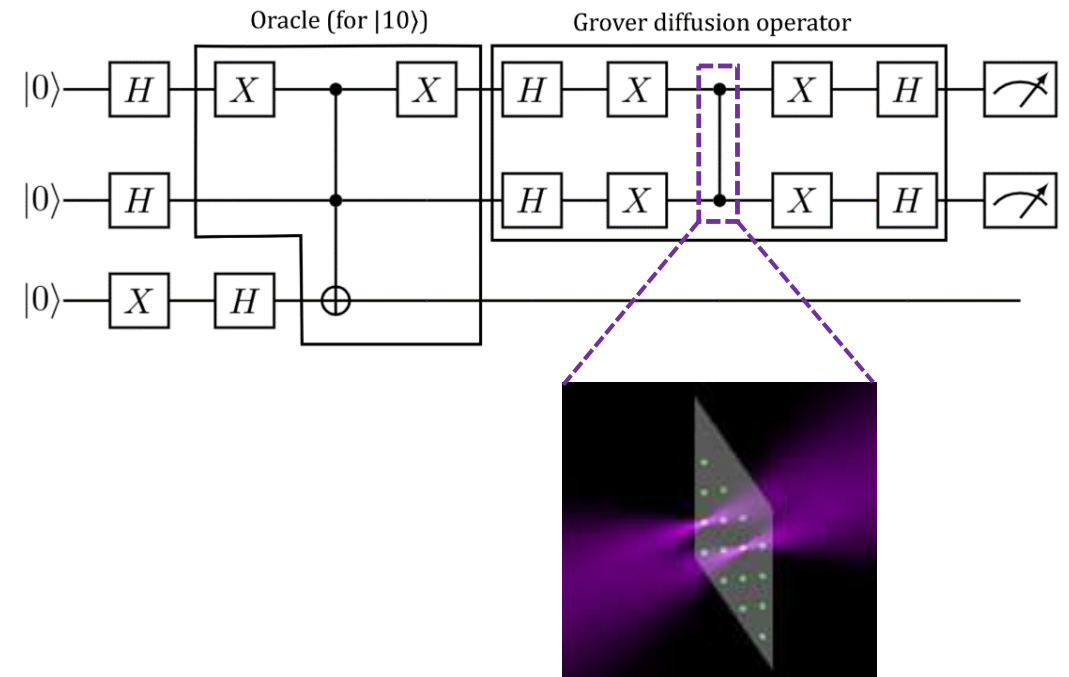
One Hamiltonian with continuously controlled parameters (intensity & frequency) dictates the dynamics of the whole system.

$$\mathcal{H}(t) = \sum_i \left(\frac{\hbar\Omega(t)}{2} \sigma_i^x - \hbar\delta(t)\hat{n}_i + \sum_{j<i} \frac{C_6}{(R_{ij})^6} \hat{n}_i \hat{n}_j \right)$$

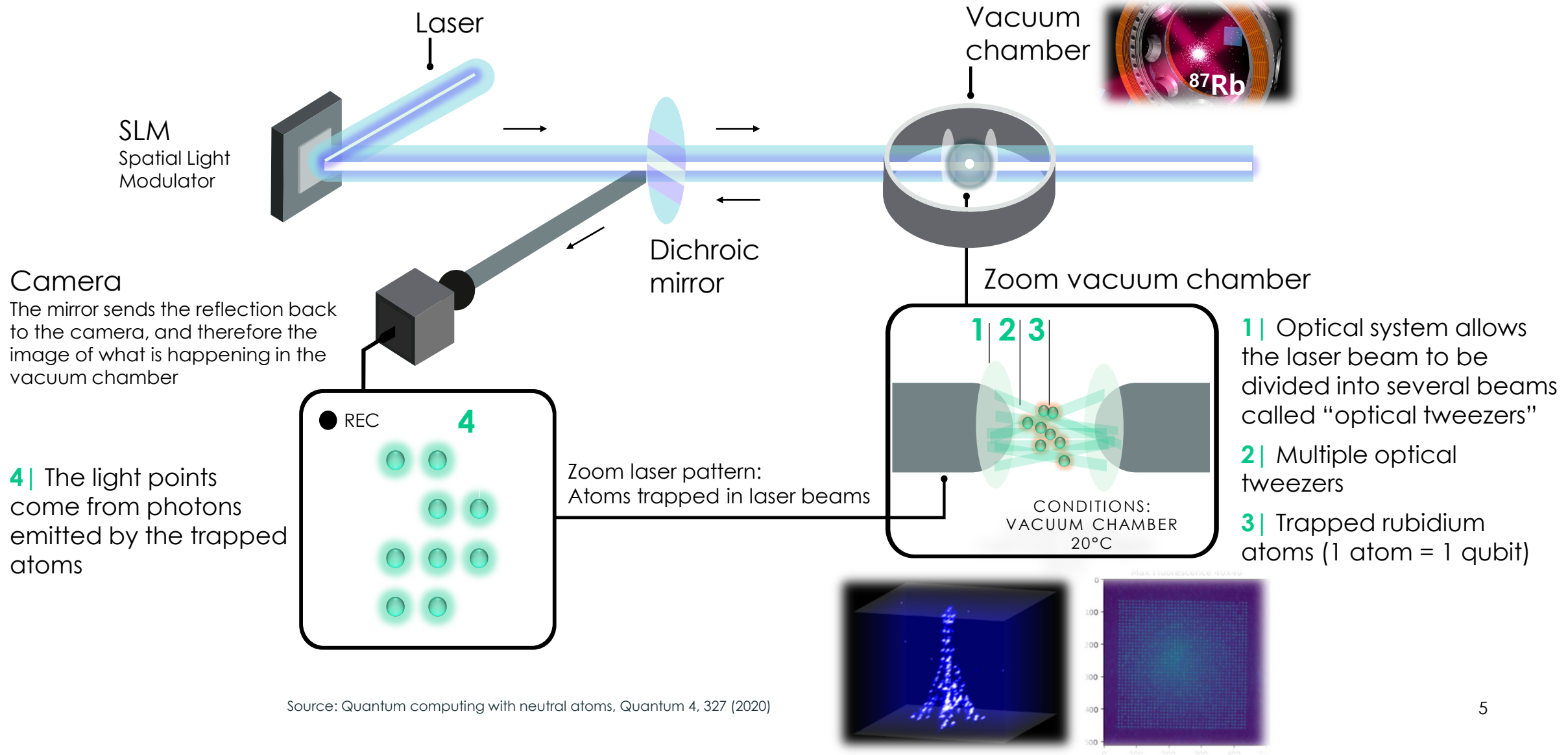


Gate-based (Digital) Approach

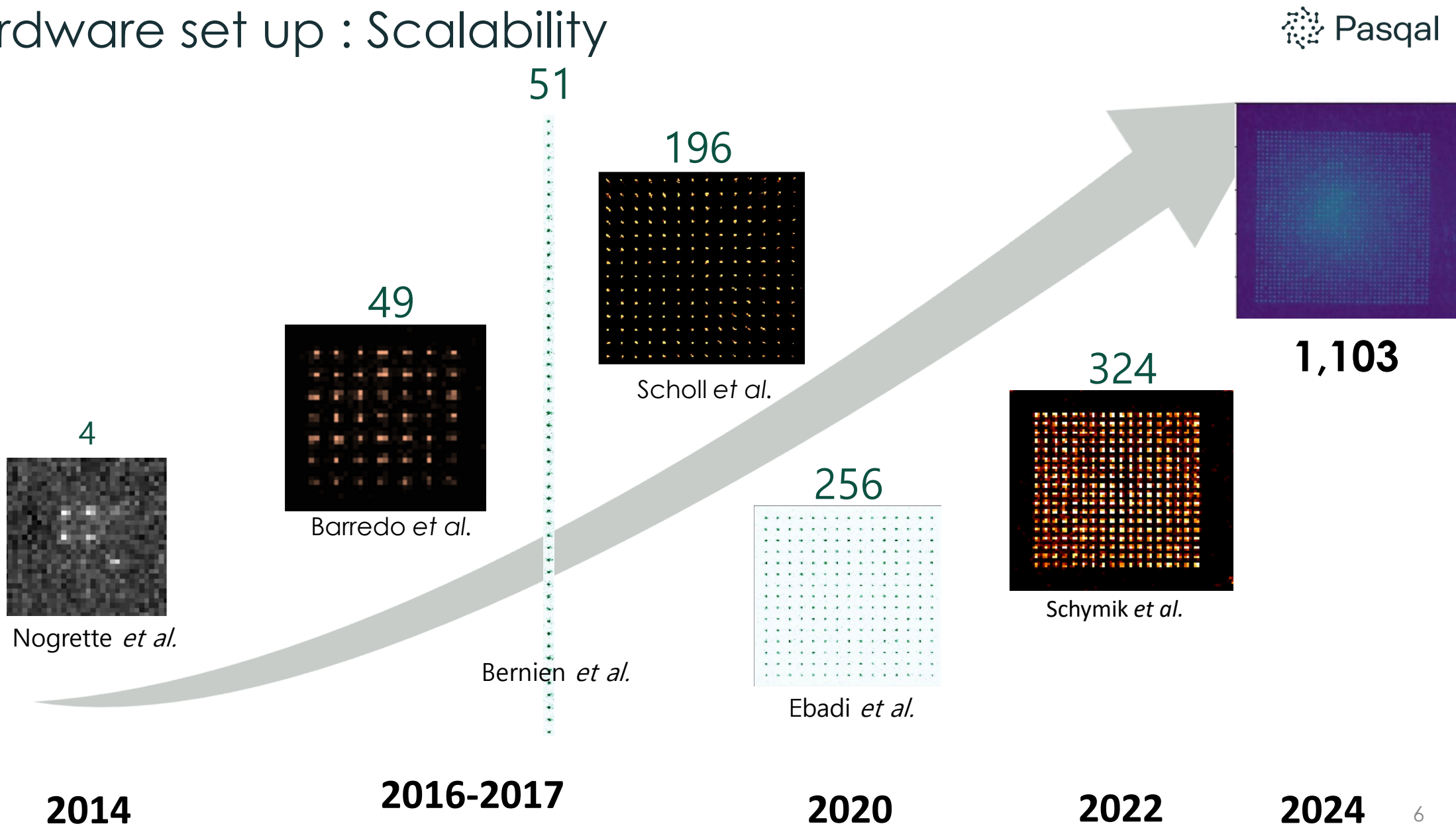
Each gate is done in isolation, by acting locally only on the involved qubits.



Neutral Atoms Drive Our Quantum Technology



Hardware set up : Scalability



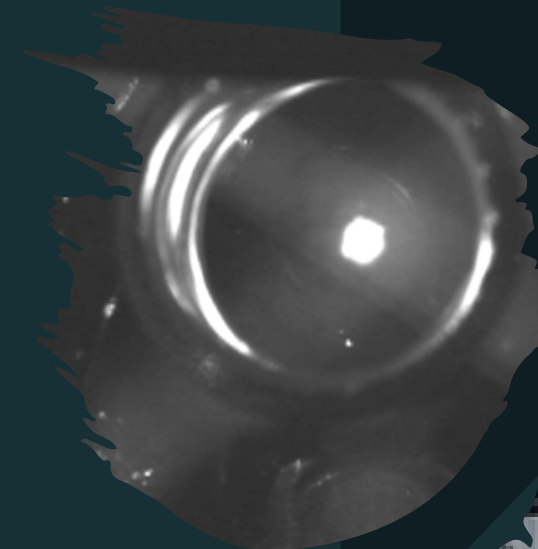
물리와 금융

Physicists....Cold atoms...
Quantum Computing...

Economy....
Finance.....?



**The
Economist**



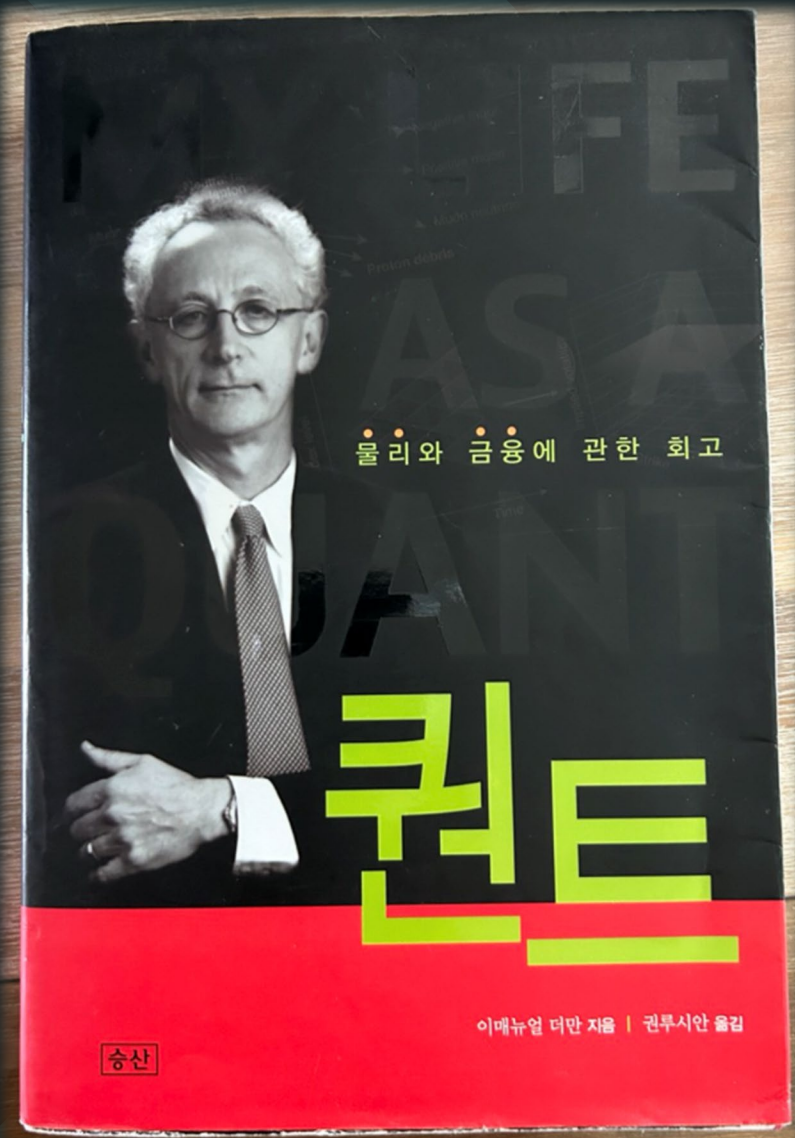
“My Life as a Quant”

by Emanuel Derman(1945~, 남아프리카공화국 출신의 물리학자, 금융공학자)

“1970년대 말에는 상용 위험관리 프로그램이라는게 없었다..... 우선 금융에서 필요로 하는 수학은 물리학에서 사용하는 수학과 아주 비슷하다..... 스탠리의 금융전략 그룹이 대부분 전직 물리학자, 응용수학자, 공학자로 구성된 것은 아마 이런 이유에서....”

은 중요한 도구였다.
 보통은 체계에서는 단순히 할 줄 알어도 충분히 거래할 수 있었다. 물론
 개발되지 않으면 최소한의 예측도 어렵게 되었다. 이렇듯 대
 규모로 고성장하는 세계의 경우 투자자는 수익, 즉 현재 시장가치를
 목표로 지출할 모든 이해와 위험을 받는다. 할 때 제권이 인도할
 것이 벌어질 평균 수익률로 제권의 가치를 측정했다. 제권의 가치와
 인연의 상관관계를 생각하러는 그 순간, 로직 뒷부분이 수학적 복고
 수학, 수열, 급수, 그리고 드디어는 미적분까지 실시간에 적용을
 했다. 주식은 주식일 뿐이지만, 제권은 아무런 간단한 것이라 해도
 위해 가치가 결정되는 과정 중반인 것이다.
 1980년대 초 어느 날 갑자기, 제권 거래사는 분식 동태와 수
 제권을 갖추어야만 수백 내지 수천 종의 제권으로 이루어진 포트폴
 그 정격을 이해할 수 있는 상황에 직면했다. 또 컴퓨터를 다룰 줄
 알았다. 용어의 연결, 두들한 수익률 데드프, 심지어는 후대용 제권
 모두 모든 것들을 다 고려하기에는 너무나 느린도 유전성이 떨어졌다
 은 제권의 가치, 만일도 및 위험을 실시간으로 산정할 수 있는 유
 필은 컴퓨터였다.
 이보다 말하는 상용 위험관리 프로그램이라는 게 없었다. 스탠리
 이 자체적으로 사용할 수 있는 프로그램이 아직 많이 없었기 때문
 정보산업이 흥성하는 프로그램에는 대부분 제권 관련 수학을
 는 중요한 도구였다.

은 중요한 도구였다.
 보통은 체계에서는 단순히 할 줄 알어도 충분히 거래할 수 있었다. 물론
 개발되지 않으면 최소한의 예측도 어렵게 되었다. 이렇듯 대
 규모로 고성장하는 세계의 경우 투자자는 수익, 즉 현재 시장가치를
 목표로 지출할 모든 이해와 위험을 받는다. 할 때 제권이 인도할
 것이 벌어질 평균 수익률로 제권의 가치를 측정했다. 제권의 가치와
 인연의 상관관계를 생각하러는 그 순간, 로직 뒷부분이 수학적 복고
 수학, 수열, 급수, 그리고 드디어는 미적분까지 실시간에 적용을
 했다. 주식은 주식일 뿐이지만, 제권은 아무런 간단한 것이라 해도
 위해 가치가 결정되는 과정 중반인 것이다.
 1980년대 초 어느 날 갑자기, 제권 거래사는 분식 동태와 수
 제권을 갖추어야만 수백 내지 수천 종의 제권으로 이루어진 포트폴
 그 정격을 이해할 수 있는 상황에 직면했다. 또 컴퓨터를 다룰 줄
 알았다. 용어의 연결, 두들한 수익률 데드프, 심지어는 후대용 제권
 모두 모든 것들을 다 고려하기에는 너무나 느린도 유전성이 떨어졌다
 은 제권의 가치, 만일도 및 위험을 실시간으로 산정할 수 있는 유
 필은 컴퓨터였다.
 이보다 말하는 상용 위험관리 프로그램이라는 게 없었다. 스탠리
 이 자체적으로 사용할 수 있는 프로그램이 아직 많이 없었기 때문
 정보산업이 흥성하는 프로그램에는 대부분 제권 관련 수학을
 는 중요한 도구였다.



“Quant” = Quantitative Finance

금융 퀀트 (Quants)

- 복잡한 모델과 알고리즘을 적용하여 다양한 자산 클래스와 시나리오에서 가격 책정, 거래, 헤지, 리스크 관리하는 전문가.
- 1961년 1월 미국 수학자 Edward O. Thorp (1932 ~, 미국인 수학자, 작가, 헤지펀드 매니저) 가 미국 수학 학회에서 블랙잭에서 승리하는 비결을 설명하는 "Fortune's Formula"이라는 제목의 강연에서 유래.



JPMorgan Chase: Quantum for *Finance*, AI & Optimization

JPMORGAN
CHASE & CO.

“JPMorgan Chase is one of the first financial institutions worldwide to invest in **quantum computing** and to build an internal team of scientists to work on new **quantum algorithms** and applications to address business use cases in finance, AI, optimization and cryptography. ” from Applied Research ([jpmorgan.com](https://www.jpmorgan.com))

금융은 (.....) 불확실성을 다룬다.

금융 시스템을 분석하는 것은

1. 강력한 상관관계

2. 복잡한 시스템

을 고려하므로 예측하기 어렵다. 따라서, 고도의

수학적인 접근법이 필요하다.

블랙-숄즈 모형 (Black-Scholes model)

“Stochastic Differential Equations (SDEs)”

” 금융시장의 수학적 모형으로 옵션의 가치를 평가하는 데 이용 ”

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + rS \frac{\partial F}{\partial S} = rF$$

“Geometric Brownian motion”

F: 파생상품의 가격, S: 기초자산의 가격, r: 무위험 이자율, t: 시간, σ : 변동성

1. **Quantum** Monte Carlo algorithm [1]: 금융에서 관련 보상 함수의 가격을 책정


Definition 2.3 (CPWA payoff) Let $d \in \mathbb{N}$. A function $h : \mathbb{R}_+^d \rightarrow \mathbb{R}$ is a continuous piece-wise affine (CPWA) function if it can be represented as

$$h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K \xi_k \max\{\mathbf{a}_{k,l} \cdot \mathbf{x} + b_{k,l} : l = 1, \dots, I_k\}, \quad (8)$$

where $K, I_k \in \mathbb{N}$ and $\xi_k \in \{-1, 1\}$ for $k = 1, \dots, K$, and where $\mathbf{a}_{k,l} \in \mathbb{R}^d$, $b_{k,l} \in \mathbb{R}$ for $k = 1, \dots, K$, $l = 1, \dots, I_k$.

2. Mapping to the **Schrodinger equations** (2023) [2]

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV, \quad (1)$$


$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = i\hat{H}_{BS}V, \quad \hat{H}_{BS} = i\frac{\sigma^2}{2}\hat{p}^2 - \left(\frac{\sigma^2}{2} - r\right)\hat{p} + ir\mathbb{I}$$

3. Differential equations with Neural Network DQC (Differentiable **Quantum** Circuit) [3]

[1] J. Chen et. al. "Quantum Monte Carlo algorithm for solving Black-Scholes PDEs for high-dimensional option pricing in finance and its complexity analysis," <https://arxiv.org/abs/2301.09241> (2024)

[2] J. Gonzalez-Conde et. al. "Efficient Hamiltonian simulation for solving option price dynamics," PHYSICAL REVIEW RESEARCH **5**, 043220 (2023)

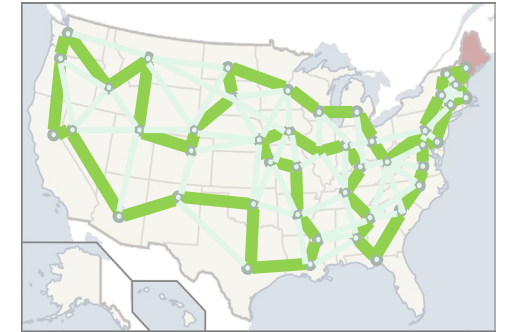
[3] Annie E. Paine et. al. "Quantum Quantile Mechanics: Solving Stochastic Differential Equations for Generating Time-Series" Adv. Quantum Technol. 2023, 6, 2300065

최적화를 위한 그래프 (Graph) 기반의 양자 컴퓨팅 알고리즘 (Quantum Computing Algorithm)

Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)

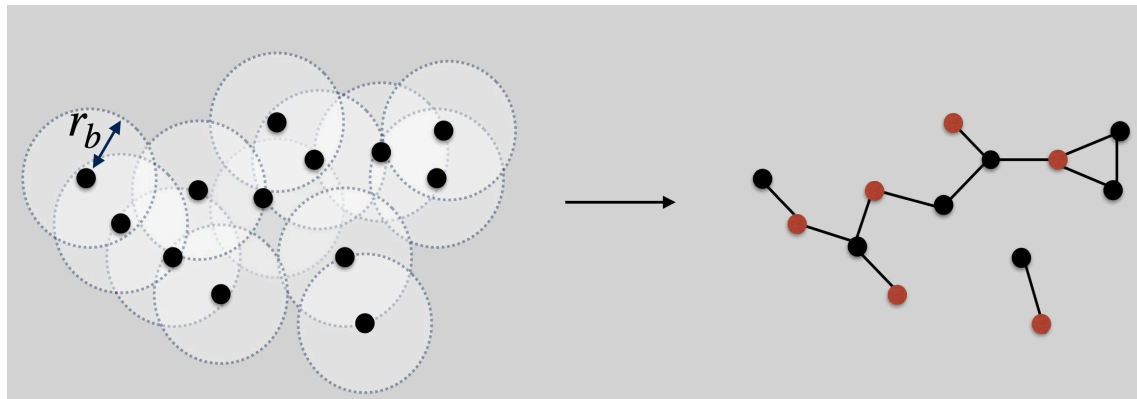
Combinatorial Optimization

- Combinatorial Optimization
 - ✓ The question becomes: “**which graph is the best?**”
 - **minimizes/maximizes** the cost, **an objective (cost) function $C(z)$**
 - ✓ Maximum Independent Set (MIS) = Max number of Rydberg excitations
 - ✓ **Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)**



Travelling salesman problem (TSP)

Unit-disk MIS graph problem



<https://www.pasqal.com/articles/white-paper-quantum-computing-with-neutral-atoms>

Which company is the Nike's competitor?



Graph: Financial relationships

Financial relationships

Many data sets in finance describe relationships between entities and these relationships can be encoded in graphs (**nodes** and **edges** in a network)

Examples include:

- Foreign exchange rates
- Transactions between parties
- Corporate ownership
- Interbank loans
- Correlations between equities

Properties of the graph can represent the formulation of the problem one is trying to solve,

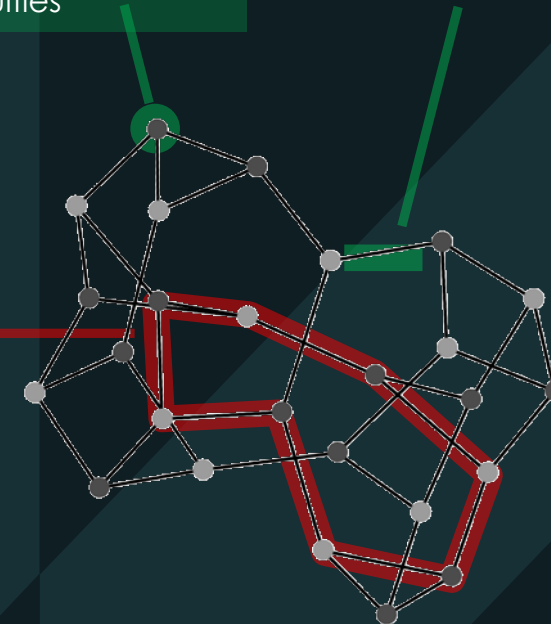
Encoded in Graphs

Nodes represent each entity in the data, e.g.

- Currencies
- Parties
- Corporations
- Banks
- Equities

Edges represent the relationships, e.g.

- Exchange rates
- Transactions
- Ownership
- Loans
- Correlations



Quantum Applications

- Dynamic portfolio optimization (assets, composition) [1]
- Financial Risk Managements [2]
- Quantum Generative Modeling for Finance [3]
- Options or derivative pricing (DQC) [4]

[1] S. Mugel et al. "Dynamic portfolio optimization with real datasets using quantum processors and quantum-inspired tensor network" PR Review (2022)

[2] L. Leclerc et al. "Financial Risk Management on a Neutral Atom Quantum Processor," Phys. Rev. Research. 5, 043117 (2023)

[3] B. Coyle, "Quantum versus classical generative modelling in finance" Quantum Sci. Technol. 6, 024013 (2021)

[4] Annie E. Paine et. al. "Quantum Quantile Mechanics: Solving Stochastic Differential Equations for Generating Time-Series" Adv. Quantum Technol. 2023, 6, 2300065

Portfolio optimization (assets, composition) [1]

- 금융에서 포트폴리오 최적화: quadratic unconstrained binary optimization (QUBO)
- 목표: 기대 수익을 극대화하고 재무 위험을 최소화하여, 일정 시간 안에 최적의 의사 결정.
거래 비용과 시장 영향, 제약 조건을 고려해야 하기 때문에 더 복잡하고 어려운 문제.

기존 방법

1. Gekko solver (a Python-based optimization)
2. Exhaustive solver

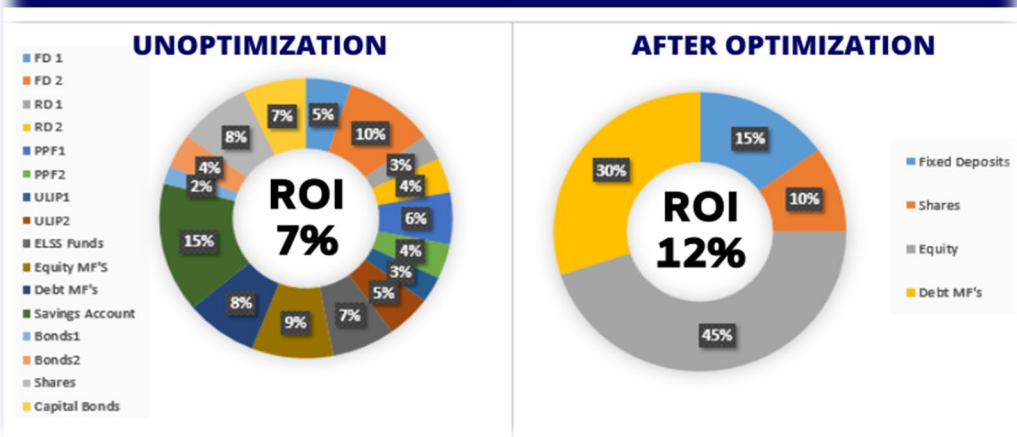
vs.

양자(inspired)알고리즘

1. D-wave hybrid (QUBO)
2. VQE on IBMQ
3. Tensor-Network solver

Portfolio optimization (assets, composition)

IF PORTFOLIO OPTIMIZATION PROMISES OUTSTANDING RETURNS, WOULDN'T YOU TAKE IT?



<https://www.holisticinvestment.in/how-to-optimize-your-portfolio-for-outstanding-returns/>

The resulting classical Hamiltonian including **market impact** is therefore

$$\mathcal{H} = \sum_{t=t_i}^{t_f} -\mu_t^T \omega_t + \frac{\gamma}{2} \omega_t^T \Sigma_t \omega_t + \lambda (\Delta \omega_t)^2 - \Delta \omega_t^T \Lambda'_t \omega_t + \rho (u^T \omega_t - 1)^2, \quad (32)$$

Annotations for Equation (32):

- Holdings**: points to ω_t
- Risk aversion**: points to $\frac{\gamma}{2}$
- Forecast covariance tensor**: points to Σ_t
- return**: points to $-\mu_t^T$
- Forecast returns**: points to μ_t
- Transaction costs**: points to $\lambda (\Delta \omega_t)^2$

again in terms of normalized weights. Note that this Hamiltonian is in the form of a **QUBO**.

Ref[1]

Financial Risk Managements [2]

- 금융 업계에서 ' Fallen Angel'은 신용등급이 투자 등급에서 high yield 등급으로 하락한 기업을 의미
- 목표: Fallen Angel 예측으로 투자자들의 이탈 등 조기 위험 경보 시스템 (CACIB)
- 방법: 가변 가중치를 최적화하기 위해 Pasqal 50큐비트 하드웨어에서 고유의 랜덤 그래프 샘플링 알고리즘을 사용하여 96% 더 적은 수의 분류기로 CACIB의 ML 방식과 일치함을 보임.

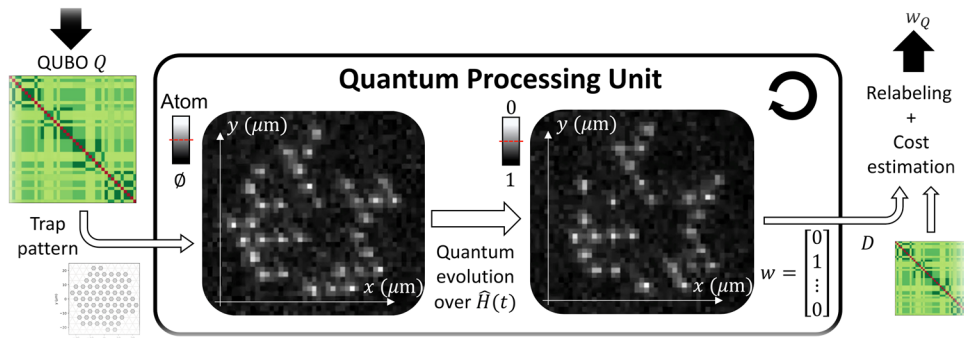
기존 방법

Random Forest (2,300개 이상 기업, 91,000개의 인스턴스, 153개의 기능으로 구성된 데이터 세트를 학습한 머신 러닝 모델 사용, CACIB)

vs.

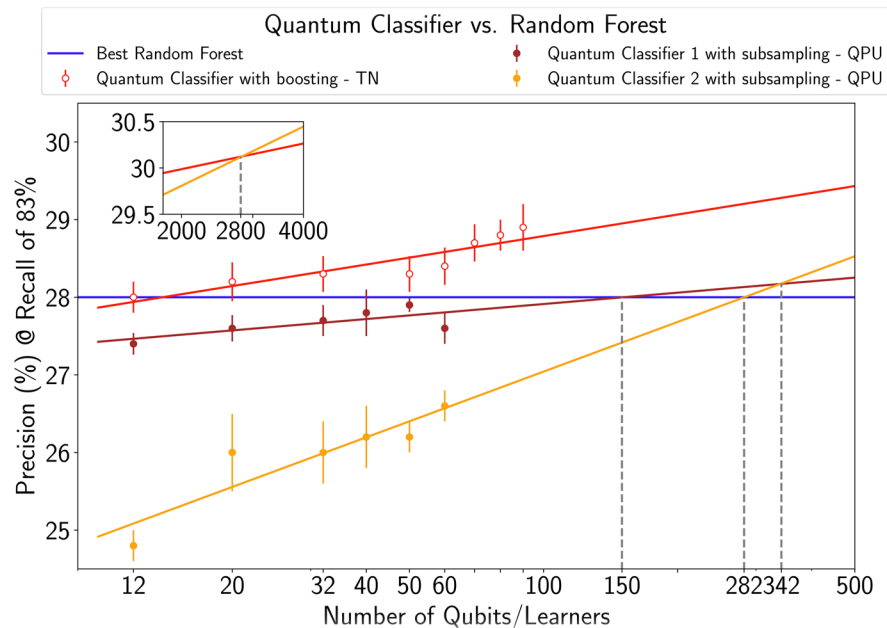
양자(inspired)알고리즘

QBoost algorithm on Pasqal QPU



Method

- **QBoost-based hybrid quantum-classical algorithm** trained on **Pasqal's 50-qubit** quantum processing unit
- Constructed a strong binary classifier via **Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)** of the weak Decision Tree classifier ensemble
- **Random Graph Sampling**: a proprietary algorithm to speed up neutral atom QC by randomly sampling partial solutions, then reconstructing together for the complete solution
- Distinct advantages of the quantum approach over the classical approach from the imbalanced dataset & expansive solution space



Results

96%
fewer initial learners

Quantum approach achieved the same level of precision and recall value as classical solution while using a much simpler model

- Concrete advantage over classical benchmark shown from simulation w/ additional flavor of qubit interaction on ~90 qubits (on roadmap by 2024)
- First-of-their-kind results pave the way for quantum machine learning solutions for similar problems across the financial sector

Quantum Generative Modeling for Finance [3]

- 목표: Synthetic data generation (SDG, 합성 데이터 생성)
- 원시 데이터를 수집하는 대신 통계적 방법, 시뮬레이션 모델링, 신경망을 사용해 실제 데이터 세트와 동등한 합성 데이터를 생성

기존 방법

Restricted Boltzmann Machine (RBM)

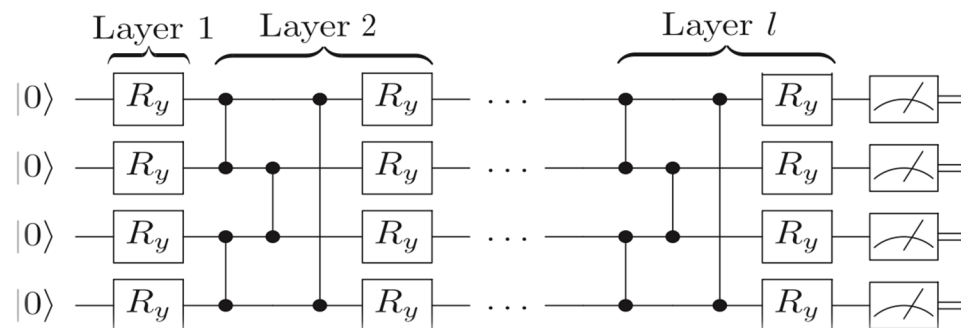
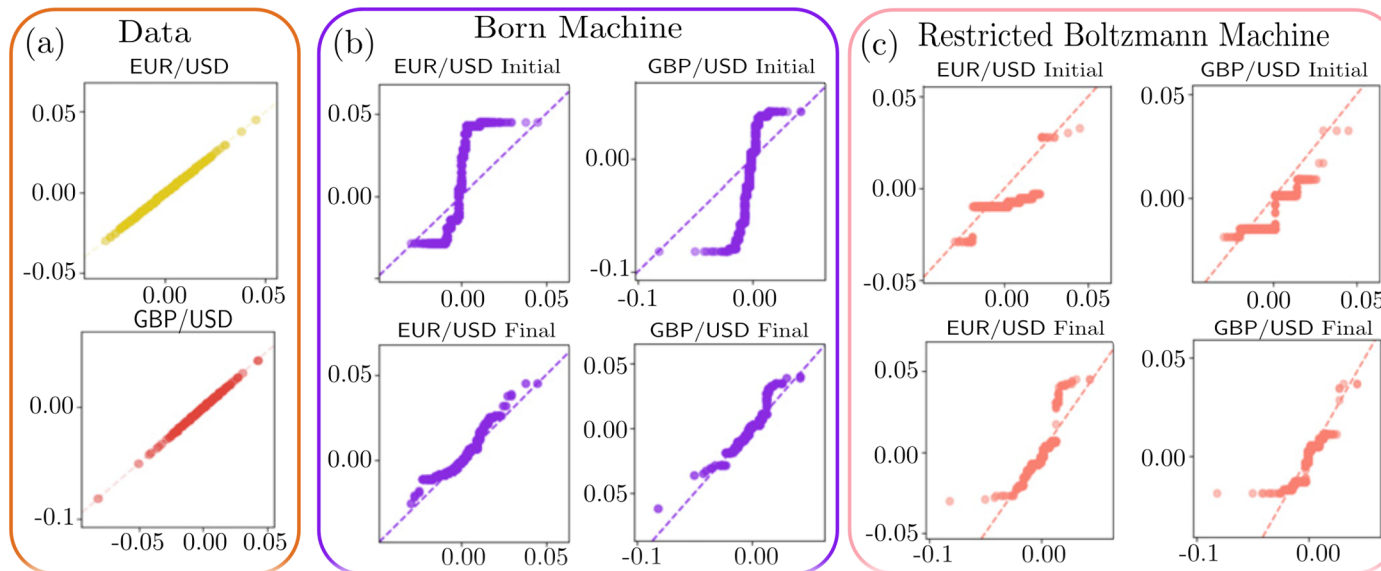
vs.

양자(inspired)알고리즘

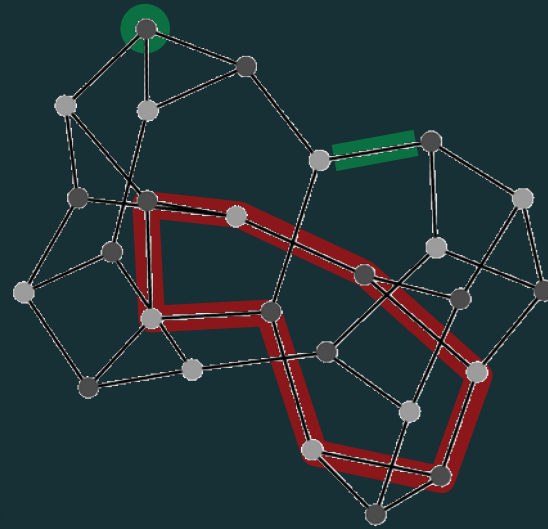
Quantum Circuit Born Machine
(QCBM) on Rigetti QCS™

Quantum Generative Modeling for Finance [3]

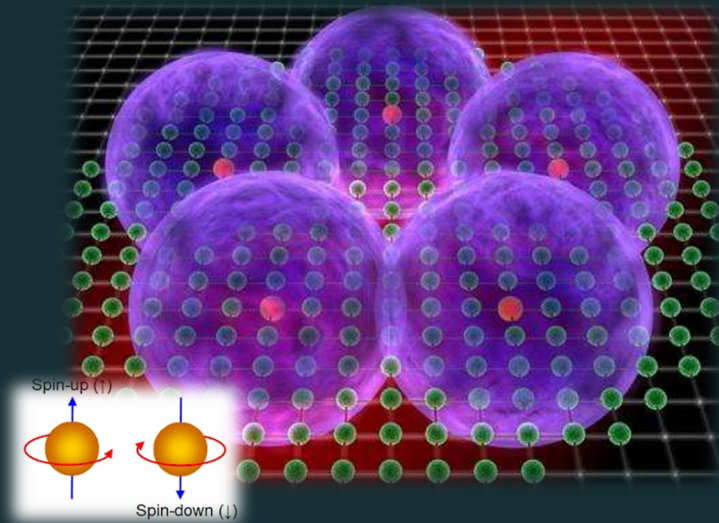
QCBM vs. RBM



“Graph”



Quantum



Finance



Thank you!