

양자정보연구지원센터

Quantum Information Research Support Center

NEWSLETTER

<Research Trend>



※ 본 연구동향은 양자정보연구지원센터 뉴스레터의 내용입니다.

양자물리학에서 복소수의 의미

[작성: 한국과학기술정보연구원(KISTI) 류정희 선임연구원]

허수(imaginary number)는 유명한 데카르트가 붙인 이름처럼 많은 과학자들에게 ‘상상 속의 수’로 불리며 인정받지 못했습니다. 이들은 복소수(실수와 허수의 합)가 물리 이론의 계산을 수월하게 하는 등 수학적 측면에서는 유용하지만 그것이 물리 이론에 반드시 필요하다고 생각하지 않았습니다. 물리학에서 실험을 통해 얻는 측정 결과는 확률, 즉 실수로 표현하므로 허수에 수학적 편의성 이상의 의미를 부여하기는 쉽지 않았습니다. 실제로 양자이론 이전의 모든 물리 이론은 실수 체계 내에서 정립되었으며, 양자역학은 처음으로 복소수를 포함하는 수학 체계에서 정립되었습니다 (핵심 요소인 양자 상태와 연산자들은 복소수 힐베르트 공간에서 정의되었음). 하지만, 여전히 많은 과학자들은 허수의 도입에 대해서 의구심을 가졌고, 실수 힐베르트 공간에서 정의한 양자 상태와 연산자들로 (이하 실수 양자론) 양자역학 실험 결과들을 잘 설명할 것으로 기대하였습니다. 이 시도는 이번 뉴스레터에서 소개할 논문이 출판되기 전까지는 거의 성공한 듯 보였습니다.

이번에 소개할 논문은 양자역학에서 복소수는 단순히 계산 편의성을 위해 도입된 것이 아닌 양자이론에서 필수적인 요소임을 보였습니다[1]. 이를 위해 저자들은 간단하지만 강력한 방법론인 벨 부등식 테스트를 활용하였습니다. 벨 부등식은 모든 국소 실재론이 반드시 만족해야하는 조건을 말하는데, 고전 물리학은 이 국소 실재론에 포함됩니다[2]. 국소 실재론은 항상 벨 부등식을 만족하기 때문에, 어떠한 실험 결과가 벨 부등식을 위반한다면 이는 국소 실재론이 아닌 양자 이론으로만 설명이 가능하다는 것을 의미합니다.

가장 간단하고, 잘 알려진 벨 부등식은 Clauser, Horne, Shimony, Holt 네 사람이 제안한 CHSH 벨 부등식으로 그림1처럼 두 명의 관찰자 엘리스(Alice)와 밥(Bob)이 각자에게 주어진 두 가지 측정 방식 중 하나를 무작위로 선택하여 실험을 수행하고, 측정을 통해 얻은 두 가지 가능한 측정값을 가지고 CHSH 벨 부등식 만족 여부를 조사합니다[3].

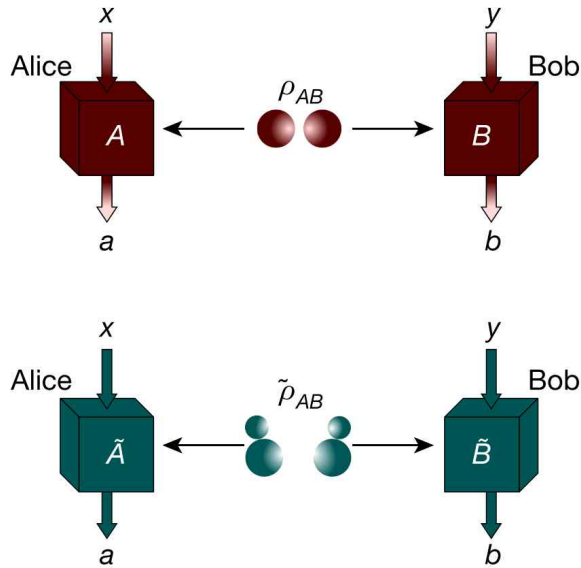


그림1. (위) CHSH 벨 부등식 테스트 개념도.

(아래)실수 양자론이 각 시스템에 큐비트를 추가하여 벨 부등식 위배를 모사하는 개념도.

한 가지 언급할 것은 실수 양자론에서는 양자역학 실험 결과들을 설명하기 위해서 실수 힐베르트 공간의 차원을 제한하지 않습니다[4]. 이는 상당히 강력한 기능인데, 먼저 단일 양자 큐비트의 중첩 상태와 측정 결과를 실수 양자론에서는 큐비트를 하나 더 추가함으로써 복소수 없이 재현할 수 있습니다. 이를 더 확장하여, 양자 얽힘 상태가 관여하는 벨 부등식의 위배 결과도 실수 양자론에서는 큐비트를 추가한 확장된 시스템에서 그 부등식 위배를 똑같이 재현할 수 있습니다. 이처럼 실수 힐베르트 공간의 차원이 제한되지 않는다는 점은 이론적으로 강력한 기능입니다. 하지만 저자들은 그림2와 같이 변형된 형태의 CHSH 벨 부등식 테스트와 찰리(Charlie)가 얽힘 교환을 수행하는 경우에는 실수 양자론이 힐베르트 공간의 차원을 무한대로 가정하더라도 복소수 기반의 양자 이론 결과를 흉내 내지 못한다는 것을 보입니다 (저자들은 이를 네트워크 시나리오라고 불렀습니다).

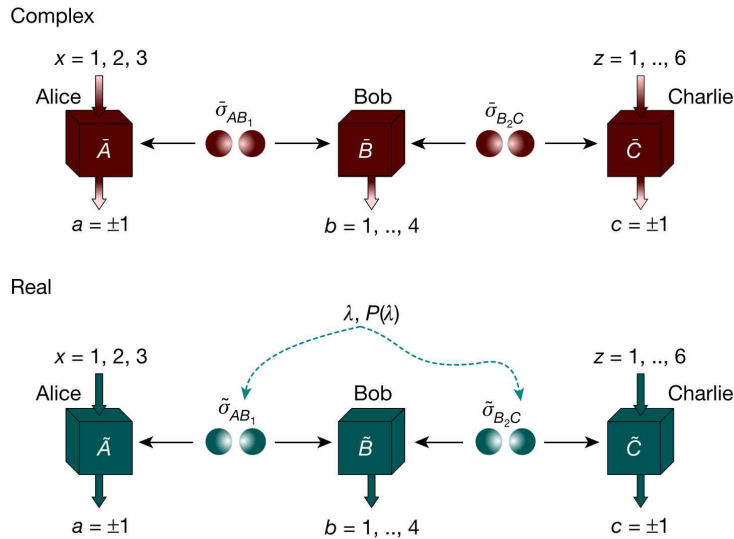


그림2. 실수 양자론이 복소수 양자론을 모사하지 못한다는 것을 보이기 위해 제안된 네트워크 시나리오.

(위) 복소수 양자론 모델.

(아래) 복소수 양자론을 모사하기 위한 실수 양자론 모델

네트워크 시나리오에서는 처음에 엘리스-밥, 밥-찰리 사이에만 양자 얽힘 상태를 나눠 가집니다. 그리고 밥은 얽힘 교환을 수행함으로써 엘리스-찰리 사이에 양자 얽힘을 만듭니다. 그리고 엘리스와 찰리는 다음과 같은 형태의 CHSH 벨 부등식 테스트를 수행하게 되는데, 일반적인 CHSH 부등식과 달리 이 때 엘리스는 3가지 측정 방식을 선택할 수 있고, 찰리는 6가지 측정 방식을 선택할 수 있습니다. 그 결과 복소수 기반 양자 이론은 부등식의 최댓값이 가 가능하고, 실수 양자론은 약 7.66이 최댓값임을 보입니다. 최근 실험 팀은 이 벨 부등식 테스트를 수행하여 약 8.09의 값을 보고하였습니다[5].

물리학에서 새로운 물리 이론이 등장하여 기존 이론을 대체하는 것은 자연스러운 현상입니다. 역으로, 새롭게 등장한 이론을 기존의 이론 체계 내에서 설명이 가능한지 탐구하는 것도 과학자들이 꾸준히 도전해오던 일입니다. 일례로 20세기 초 빛의 입자성 증거로 여겨지던 많은 현상들은 (대표적으로 광전효과) 여전히 빛의 전자기파 이론으로 설명할 수 있다는 것이 알려져 있습니다 (이것을 semi-classical theory 라고 합니다[6]). 복소수를 활용하는 양자 이론 또한 실수로만 구성된 양자 이론으로 설명이 가능한 지 많은 연구가 수행되었으나, 이번에 소개한 논문은 이러한 논쟁의 마침표가 아닐까 생각합니다. 위 아이디어를 실험으로 검증한 논문도 곧 출판된다고 하니 흥미로운 일이 아닐 수 없습니다.

참고문헌:

- [1] Renou, M O., Trillo, D., Weilenmann, M. et al. Quantum theory based on real numbers can be experimentally falsified. Nature 600, 625–629 (2021).
- [2] Bell, J. S. On the Einstein, Podolsky, Rosen paradox. Physics 1, 195 (1964).
- [3] Clauser, J. F., Horne, M. A., Shimony, A. and Holt, R. A. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. Phys. Rev. Lett. 23, 880 (1969).
- [4] Brunner, N. et al. Testing the dimension of Hilbert spaces. Phys. Rev. Lett. 100, 210503 (2008).
- [5] Chen, M.-C. et al. Phys. Rev. Lett. (in the press); preprint at <https://arxiv.org/abs/2103.08123>
- [6] J. P. Dowling, Foundations of Physics 28, 855 (1998).

