



※ 본 연구동향은 양자정보연구지원센터 뉴스레터의 내용입니다.

양자얽힘의 정보이론적 연구동향 소개

[작성: 서울대학교 수학과연구소 정갑균 선임연구원]

양자컴퓨팅 또는 양자통신의 핵심사항 중 하나는, 고도로 정제된 양자얽힘을 얼마나 잘 생성하고 분배하며 나아가 이를 활용하여 효율적인 연산을 수행할 있는가의 문제라고 볼 수 있습니다. 현재 양자얽힘을 구현하는 다수의 물리적 플랫폼(초전도체, 이온, 광자, 양자점 등)이 비교적 높은 충실도의 성능을 보이고 있으며, 수십 큐비트 급의 (양자얽힘을 구현하는) NISQ 양자컴퓨터를 활용할 수 있는 시대를 이미 맞이하고 있습니다. 본 뉴스레터에서는 물리시스템의 공학적 관점이 아닌 순수 양자정보이론의 시각에서 양자얽힘의 최신 연구동향 및 그 중요성을 간략히 소개하고자 합니다.

2020년 초에 arXiv에 소개된 ‘MIP*=RE’라는 논문[1]은, 상호 증명(Interactive Proofs; IP)이라 불리는 컴퓨터과학의 복잡성 이론(Complexity theory)에 관한 연구가 양자역학과 수학의 난제에 대한 해결책을 제시한 결과라고 이해할 수 있습니다. 중요한 사실은 양자얽힘[2]이 이 연구의 핵심사항이라는 것입니다. 여기서 MIP가 의미하는 바는 다중 증명자(Multiprover) 상호 증명이며 *는 양자얽힘을 활용한 문제의 해결을 의미하며 검증자(Verifier)를 포함하는 게임의 한 종류가 됩니다. 또한 RE(Recursively Enumerable)는 튜링머신의 정지문제(Halting problem)를 포함하는 복잡성 이론의 또 다른 클래스인데 논문에서는 본질적으로 두 문제가 동일하다는 결론을 내리게 됩니다. 완전성(Completeness), 무결성(Soundness), 그리고 양자얽힘(Entanglement)에 관한 엄밀한 관계식의 증명으로 이루어진 이 논문은 200여 페이지에 달하며 컴퓨터과학, 물리학, 그리고 수학을 아우르는 선구적인 연구 결과로 평가받고 있습니다.

MIP*=RE라는 결과를 통해, 자신들의 연구가 양자역학의 비국소성(Non-locality)에 관한 연구(Tsirelson’s problem)에 대한 문제 해결의 실마리를 제공하였습니다. 또한 Tsirelson 문제는 근본적으로, 수학의 오랜 난제인 Connes 임베딩 추측(Connes’ embedding

conjecture)과 동일하다는 최근의 사실을 통해 이 난제가 틀렸다는 것을 증명하게 된 것입니다[3]. 이것이 의미하는 바는 여러 가지가 있을 수 있겠지만, 우리가 종종 듣게 되는 무한과 유한은 본질적으로 다르다는 것을 말해 준다고 합니다. 현재 이 논문은 120여 편의 논문에 인용(구글 학술정보 참조)되고 있으며, 눈여겨볼 사항 중의 하나는, 연구자들이 양자얽힘을 활용하여 다양한 학문 분야의 미해결 문제들을 효율적으로 해결할 수 있을지에 대한 고민을 심각하게 하고 있다는 사실입니다. 이는 초학제간 연구의 중요성을 강조한다고 볼 수 있는데, 양자컴퓨팅 관련 연구에 있어서도 간과해서는 안될 부분이라고 여겨집니다.

양자얽힘의 특별함은 여기서 그치지 않는데, 특히 양자채널용량의 가산성 위배[4] 및 (초)활성화[5], 부분 양자정보의 음의 성질[6], 그리고 구속얽힘 상태(Bound entangled state)의 존재성[2] 등을 고려할 수 있습니다. 첫 번째의 경우, 양자얽힘을 이용하여 정보를 인코딩 한 후 다중 양자채널로 전송할 때 양자정보 전달의 왜곡 현상이 발생하며 이를 양자채널용량의 가산성 위배 또는 (초)활성화 현상이라고 부르게 됩니다. 두 번째로는 (고전정보이론과는 달리) 양자 조건부확률은 음의 값을 허용하는 것이 가능한데 이 또한 양자얽힘과 밀접한 연관성을 가지며 새로운 양자통신 자원으로써의 역할도 주목됩니다. 마지막으로 구속얽힘 상태인데, 이는 혼합 양자상태의 특별한 형태로 존재하며 양자얽힘이 존재하기는 하지만 그것을 추출하는 것은 불가능하기에 그 특별함에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 할 수 있습니다. 사실 다중 양자상태의 얽힘에 관한 미스터리한 사실들에 관련된 문제가 여전히 산재해 있고, 특히 양자얽힘의 모노가미한 성질을 규명하는 연구도 현시점에서 매우 중요해 보입니다[7].

우리가 양자얽힘에 주목해야하는 이유는, 앞으로 다가올 범용양자컴퓨터와 양자통신, 나아가 양자인터넷 또는 양자네트워크 상에서의 활용성에만 국한되는 것이 아니라 $MIP^*=RE$ 라는 논문이 시사하는 바와 같이 학문 전반에 걸친 (양자얽힘의) 다양한 문제 해결 능력에 있다고 말할 수 있겠습니다. 그것이 비록 자연과학이나 공학이 아닐지라도 말입니다.

[참고 문헌]

[1] Zhengfeng Ji, Anand Natarajan, Thomas Vidick, John Wright, and Henry Yuen. $MIP^*=RE$. arXiv:2001.04383 (2020). <https://arxiv.org/abs/2001.04383>; See also Communications of the ACM 64, 131–138 (2021). <https://doi.org/10.1145/348562>

[2] Ryszard Horodecki, Paweł Horodecki, Michał Horodecki, and Karol Horodecki. Quantum entanglement. Reviews of Modern Physics 81, 865–942 (2009). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.865>

[3] Thomas Vidick. From Operator Algebras to Complexity Theory and Back. Notices of the American Mathematical Society 66, 1618–1627 (2019). <https://doi.org/10.1090/noti1980>

[4] M. B. Hastings. Superadditivity of communication capacity using entangled inputs. Nature Physics 5, 255–257 (2009). <https://doi.org/10.1038/nphys1224>

- [5] Graeme Smith and Jon Yard. Quantum Communication with Zero-Capacity Channels. Science 321, 1812–1815 (2008). <https://doi.org/10.1126/science.1162242>
- [6] Michał Horodecki, Jonathan Oppenheim, and Andreas Winter. Partial quantum information. Nature 436, 673–676 (2005). <https://doi.org/10.1038/nature03909>
- [7] 정갑균, 이진형. 양자정보기술의 핵심, 양자얽힘의 양자정보학적 해석. 과학과 기술 632, 36–39, Special Features (2022년 01월호). <http://ebook.kofst.or.kr/book/202201/#page=38>

